परिमेय संख्याएँ

कक्षा 8 गणित

Complete Study Notes

सीखने के उद्देश्य

परिमेय संख्याओं की अवधारणा को समझें तथा जानें कि ये पूर्ण संख्याओं और पूर्णांकों से आगे संख्या पद्धति का विस्तार कैसे करती हैं। परिमेय संख्याओं को मानक रूप में लिखना, संख्या रेखा पर निरूपित करना, तुलना करना, विभिन्न गुणधर्मों का प्रयोग करना, योज्य एवं गुणात्मक प्रतिलोम ज्ञात करना तथा दो परिमेय संख्याओं के बीच अन्य परिमेय संख्याएँ ज्ञात करना सीखें।

परिमेय संख्याओं का परिचय

परिमेय संख्याएँ गणित का एक महत्वपूर्ण भाग हैं क्योंकि अनेक वास्तविक जीवन की परिस्थितियों में हमें भिन्नों और दशमलवों की आवश्यकता होती है। किसी वस्तु को बराबर भागों में बाँटना, दूरी मापना, प्रतिशत निकालना तथा अनुपात व्यक्त करना परिमेय संख्याओं की सहायता से सरल हो जाता है।

> **परिभाषा:** कोई भी संख्या जो p/q के रूप में लिखी जा सके, जहाँ p और q पूर्णांक हों तथा $q \neq 0$ हो, उसे परिमेय संख्या कहते हैं। हर पूर्ण संख्या, पूर्णांक और भिन्न एक परिमेय संख्या है क्योंकि उन्हें भी इस रूप में लिखा जा सकता है। लेकिन जिस भिन्न का हर शून्य हो, वह परिमेय संख्या नहीं होती क्योंकि शून्य से भाग देना संभव नहीं है।

परिमेय संख्याओं में धनात्मक भिन्न, ऋणात्मक भिन्न, शून्य, पूर्ण संख्याएँ और पूर्णांक शामिल होते हैं। उदाहरण के लिए 5 को 5/1 और 0 को 0/1 लिखा जा सकता है।

परिमेय संख्याओं का मानक रूप

जब किसी परिमेय संख्या के अंश और हर में 1 के अतिरिक्त कोई समान गुणनखंड न हो तथा हर सदैव धनात्मक हो, तब वह अपने मानक रूप में होती है। यदि हर ऋणात्मक हो, तो ऋण चिह्न को अंश में स्थानांतरित कर दिया जाता है ताकि हर धनात्मक हो जाए।

उदाहरण के लिए 12/18 का मानक रूप 2/3 है, जबकि 3/-5 को -3/5 लिखा जाता है। मानक रूप में लिखने से गणनाएँ सरल हो जाती हैं तथा भिन्नों की तुलना आसानी से की जा सकती है।

परिमेय संख्याओं का निरपेक्ष मान

किसी परिमेय संख्या का निरपेक्ष मान संख्या रेखा पर शून्य से उसकी दूरी को दर्शाता है। इसमें संख्या के धनात्मक या ऋणात्मक होने का कोई महत्व नहीं होता।

इसलिए 3/5 तथा −3/5 दोनों का निरपेक्ष मान 3/5 ही होता है। निरपेक्ष मान सदैव धनात्मक या शून्य होता है क्योंकि दूरी कभी ऋणात्मक नहीं हो सकती।

योग के गुणधर्म

परिमेय संख्याओं का योग करने पर प्राप्त परिणाम भी सदैव एक परिमेय संख्या होता है। इसे **संवृत गुण** कहते हैं। योग में क्रम बदलने से उत्तर नहीं बदलता, जिसे **क्रमविनिमेय गुण** कहा जाता है। इसी प्रकार तीन या अधिक परिमेय संख्याओं का समूह बदलने पर भी योग समान रहता है, जिसे **सहचारिता गुण** कहते हैं।

संख्या 0 योग का **योज्य तत्समक** है क्योंकि किसी भी परिमेय संख्या में शून्य जोड़ने पर उसका मान नहीं बदलता। प्रत्येक परिमेय संख्या का एक **योज्य प्रतिलोम** भी होता है, जिसे जोड़ने पर परिणाम शून्य प्राप्त होता है।

गुणन के गुणधर्म

दो परिमेय संख्याओं का गुणनफल भी सदैव एक परिमेय संख्या होता है। गुणन में क्रम बदलने या संख्याओं का समूह बदलने से उत्तर नहीं बदलता। इसलिए गुणन, संवृत, क्रमविनिमेय तथा सहचारिता गुणों का पालन करता है।

संख्या 1 गुणन का **गुणात्मक तत्समक** है क्योंकि किसी भी परिमेय संख्या को 1 से गुणा करने पर उसका मान अपरिवर्तित रहता है। प्रत्येक शून्य के अतिरिक्त परिमेय संख्या का एक **गुणात्मक प्रतिलोम (व्युत्क्रम)** होता है, जिसे अंश और हर को आपस में बदलकर प्राप्त किया जाता है। किसी संख्या और उसके व्युत्क्रम का गुणनफल सदैव 1 होता है।

गुणन **वितरण गुण** का भी पालन करता है, जिसके द्वारा जोड़ और घटाव वाली अभिव्यक्तियों को सरल बनाया जा सकता है।

व्यवकलन और भाग के गुणधर्म

परिमेय संख्याओं में घटाव और भाग करना संभव है, लेकिन ये दोनों क्रियाएँ क्रमविनिमेय तथा सहचारिता गुणों का पालन नहीं करतीं। संवृत गुण का ये दोनों पालन करती हैं (शून्य से भाग को छोड़कर)।

इसलिए इन क्रियाओं में क्रम या समूह बदलने पर उत्तर बदल जाता है। विद्यार्थियों को इन संक्रियाओं को करते समय क्रम का ध्यान रखना चाहिए। भाग करते समय दूसरी परिमेय संख्या के व्युत्क्रम से गुणा किया जाता है। ध्यान रहे कि किसी भी संख्या को शून्य से भाग नहीं दिया जा सकता।

संख्या रेखा पर परिमेय संख्याओं का निरूपण

संख्या रेखा पर परिमेय संख्या को दर्शाने के लिए दो क्रमागत पूर्णांकों के बीच हर के अनुसार समान भाग बनाए जाते हैं। फिर अंश के अनुसार सटीक स्थान चुना जाता है।

धनात्मक परिमेय संख्याएँ शून्य के दाईं ओर तथा ऋणात्मक परिमेय संख्याएँ शून्य के बाईं ओर स्थित होती हैं। संख्या रेखा की सहायता से परिमेय संख्याओं की तुलना करना भी आसान हो जाता है।

दो परिमेय संख्याओं के बीच परिमेय संख्याएँ

किसी भी दो परिमेय संख्याओं के बीच अनंत परिमेय संख्याएँ होती हैं। इन्हें ज्ञात करने के लिए दोनों संख्याओं का औसत निकाला जा सकता है या समान हर बनाकर उनके बीच आने वाली अन्य भिन्नों की पहचान की जा सकती है।

यही विशेषता परिमेय संख्याओं को अन्य संख्या समूहों से अधिक सघन (dense) और उपयोगी बनाती है।

परिमेय संख्याओं के उपयोग

परिमेय संख्याओं का उपयोग दैनिक जीवन में अनेक स्थानों पर किया जाता है। खरीदारी में छूट निकालना, प्रतिशत ज्ञात करना, लंबाई और भार मापना, भोजन की रेसिपी तैयार करना, अंकों का प्रतिशत निकालना, वस्तुओं का समान वितरण करना तथा विज्ञान और अभियांत्रिकी में विभिन्न मापों की गणना करना इसके प्रमुख उपयोग हैं।

परिमेय संख्याओं की अच्छी समझ आगे चलकर बीजगणित, ज्यामिति तथा उच्च गणित की नींव तैयार करती है।

अभ्यास प्रश्न

1. 18/24 को मानक रूप में लिखिए।
2. 5/8 का योज्य प्रतिलोम तथा गुणात्मक प्रतिलोम ज्ञात कीजिए।
3. −3/4 को संख्या रेखा पर निरूपित कीजिए।
4. 2/5 और 3/5 के बीच एक परिमेय संख्या लिखिए।
5. क्या परिमेय संख्याओं में घटाव क्रमविनिमेय गुण का पालन करता है? कारण सहित लिखिए।

उत्तर

- **उत्तर 1:** 18 और 24 का महत्तम समापवर्तक 6 है। दोनों को 6 से भाग देने पर 3/4 प्राप्त होता है, जो इसका मानक रूप है।
- **उत्तर 2:** 5/8 का योज्य प्रतिलोम −5/8 तथा गुणात्मक प्रतिलोम 8/5 है।
- **उत्तर 3:** 0 और −1 के बीच चार समान भाग कीजिए। शून्य से बाईं ओर तीसरा भाग −3/4 को दर्शाता है।
- **उत्तर 4:** 2/5 और 3/5 के बीच एक परिमेय संख्या 1/2 है।
- **उत्तर 5:** नहीं। घटाव क्रमविनिमेय गुण का पालन नहीं करता क्योंकि क्रम बदलने पर उत्तर बदल जाता है। उदाहरण के लिए 2/3 − 1/3 = 1/3, जबकि 1/3 − 2/3 = −1/3।