कणों का निकाय तथा घूर्णी गति (System of Particles and Rotational Motion)

परिचय

कणों का निकाय दो या दो से अधिक कणों का ऐसा समूह है जिसे एक साथ अध्ययन किया जाता है। ऐसे निकाय की गति को समझने के लिए **द्रव्यमान केंद्र (Centre of Mass)** की अवधारणा महत्वपूर्ण है। **घूर्णी गति** किसी दृढ़ पिंड की किसी निश्चित अक्ष के चारों ओर होने वाली गति है। इस अध्याय में **द्रव्यमान केंद्र, बल आघूर्ण, कोणीय संवेग, जड़त्व आघूर्ण तथा घूर्णी साम्यावस्था** का अध्ययन किया जाता है।

द्रव्यमान केंद्र (Centre of Mass)

परिभाषा

द्रव्यमान केंद्र वह बिंदु है जहाँ किसी निकाय के संपूर्ण द्रव्यमान को केंद्रित मानकर उसके स्थानांतरीय गति का अध्ययन किया जा सकता है।

दो कणों के लिए—

$$x_{cm} = (m_1x_1 + m_2x_2) / (m_1 + m_2)$$

द्रव्यमान केंद्र निकाय में द्रव्यमान के वितरण पर निर्भर करता है।

द्रव्यमान केंद्र की गति

महत्व

किसी निकाय का द्रव्यमान केंद्र इस प्रकार गति करता है जैसे निकाय का पूरा द्रव्यमान उसी बिंदु पर केंद्रित हो और सभी **बाहरी बल** उसी पर कार्य कर रहे हों।

द्रव्यमान केंद्र की गति के लिए—

$$F_{ext} = M a_{cm}$$

जहाँ **M** कुल द्रव्यमान तथा **acm** द्रव्यमान केंद्र का त्वरण है।

आंतरिक बल द्रव्यमान केंद्र की गति को प्रभावित नहीं करते।

रैखिक संवेग (Linear Momentum)

परिभाषा

किसी कण का **रैखिक संवेग** उसके द्रव्यमान और वेग के गुणनफल के बराबर होता है।

$$p = mv$$

किसी निकाय का कुल संवेग उसके सभी कणों के संवेगों का सदिश योग होता है।

यदि किसी निकाय पर परिणामी बाहरी बल शून्य हो, तो उसका कुल रैखिक संवेग **संरक्षित** रहता है।

बल आघूर्ण (Torque)

बल का घूर्णन प्रभाव

बल आघूर्ण किसी बिंदु या अक्ष के सापेक्ष बल द्वारा उत्पन्न घूर्णन प्रभाव है।

τ = rF sin θ

जहाँ—

- **r** = अक्ष से दूरी
- **F** = लगाया गया बल
- **θ** = r और F के बीच का कोण

जब बल स्थिति सदिश के लंबवत होता है, तब बल आघूर्ण अधिकतम होता है।

कोणीय संवेग (Angular Momentum)

परिभाषा

कोणीय संवेग रैखिक संवेग का घूर्णी समकक्ष है।

किसी कण के लिए—

L = r × p

स्थिर अक्ष के चारों ओर घूमते दृढ़ पिंड के लिए—

L = Iω

जहाँ—

- **I** = जड़त्व आघूर्ण
- **ω** = कोणीय वेग

यदि बाहरी बल आघूर्ण शून्य हो, तो कोणीय संवेग **संरक्षित** रहता है।

जड़त्व आघूर्ण (Moment of Inertia)

घूर्णी जड़त्व

जड़त्व आघूर्ण (I) किसी पिंड के घूर्णन की अवस्था में परिवर्तन का विरोध करने की क्षमता को दर्शाता है।

कणों के निकाय के लिए—

$$I = \Sigma m_i r_i^2$$

जड़त्व आघूर्ण निम्न पर निर्भर करता है—

- पिंड का द्रव्यमान
- द्रव्यमान का वितरण
- घूर्णन अक्ष की स्थिति

अक्ष से अधिक दूरी पर स्थित द्रव्यमान जड़त्व आघूर्ण को बढ़ाता है।

जड़त्व त्रिज्या (Radius of Gyration)

परिभाषा

जड़त्व त्रिज्या (K) वह दूरी है जिस पर पिंड के पूरे द्रव्यमान को केंद्रित मानने पर उसका जड़त्व आघूर्ण अपरिवर्तित रहता है।

$$I = MK^2$$

जहाँ **M** पिंड का कुल द्रव्यमान है।

घूर्णी गति (Rotational Motion)

कोणीय राशियाँ

घूर्णी गति को निम्न राशियों द्वारा व्यक्त किया जाता है—

- **कोणीय विस्थापन (θ)**
- **कोणीय वेग (ω)**
- **कोणीय त्वरण (α)**

रैखिक एवं कोणीय राशियों के बीच संबंध—

$$v = r\omega$$

तथा

$$a_t = r\alpha$$

जहाँ **r** घूर्णन अक्ष से दूरी है।

घूर्णी साम्यावस्था

शर्त

जब किसी दृढ़ पिंड पर लगने वाला कुल बल आघूर्ण शून्य हो, तो पिंड **घूर्णी साम्यावस्था** में होता है।

$\Sigma\tau = 0$

पूर्ण साम्यावस्था के लिए दोनों शर्तें आवश्यक हैं—

- परिणामी बल = 0
- परिणामी बल आघूर्ण = 0

इस सिद्धांत का उपयोग संरचनाओं तथा मशीनों को संतुलित करने में किया जाता है।

विभिन्न पिंडों के जड़त्व आघूर्ण

महत्वपूर्ण परिणाम

कुछ सामान्य पिंडों के जड़त्व आघूर्ण—

- **वलय की वेंद्रीय अक्ष के चारों ओर:** $I = MR^2$
- **डिस्क की वेंद्रीय अक्ष के चारों ओर:** $I = \frac{1}{2}MR^2$
- **ठोस गोले के व्यास के चारों ओर:** $I = \frac{2}{5}MR^2$
- **छड़ के वेंद्र से गुजरने वाली अक्ष के चारों ओर:** $I = \frac{1}{12}ML^2$
- **छड़ के एक सिरे से गुजरने वाली अक्ष के चारों ओर:** $I = \frac{1}{3}ML^2$

जड़त्व आघूर्ण पिंड के आकार और घूर्णन अक्ष पर निर्भर करता है।

समांतर एवं लंबवत अक्ष प्रमेय

समांतर अक्ष प्रमेय

द्रव्यमान वेंद्र से गुजरने वाली अक्ष के समानांतर किसी अन्य अक्ष के सापेक्ष जड़त्व आघूर्ण—

$I = Icm + Md^2$

लंबवत अक्ष प्रमेय

समतल पटल के लिए—

$Iz = Ix + Iy$

इन प्रमेयों की सहायता से विभिन्न अक्षों के सापेक्ष जड़त्व आघूर्ण ज्ञात किया जाता है।

लोटनिक गति (Rolling Motion)

परिभाषा

जब कोई पिंड बिना फिसले आगे बढ़ते हुए घूमता है, तो उसकी गति को **लोटनिक गति** कहते हैं।

शुद्ध लोटनिक गति के लिए—

$v = R\omega$

लुढकते हुए पिंड की कुल गतिज ऊर्जा दो भागों का योग होती है—

- स्थानांतरीय गतिज ऊर्जा
- घूर्णी गतिज ऊर्जा

अनुप्रयोग

महत्व

घूर्णी गति की अवधारणाओं का उपयोग—

- पहियों और गियर
- इंजन
- फ्लाईव्हील
- घूर्णन मशीनों
- संतुलन एवं स्थिरता
- उपग्रहों और ग्रहों
- इंजीनियरिंग संरचनाओं

में किया जाता है।

मुख्य बिंदु

- द्रव्यमान केंद्र निकाय में द्रव्यमान की औसत स्थिति को दर्शाता है।
- द्रव्यमान केंद्र की गति केवल बाहरी बलों पर निर्भर करती है।
- परिणामी बाहरी बल शून्य होने पर रैखिक संवेग संरक्षित रहता है।
- बल आघूर्ण घूर्णन गति उत्पन्न करता है।
- जड़त्व आघूर्ण घूर्णी गति में परिवर्तन का विरोध करता है।
- बाहरी बल आघूर्ण शून्य होने पर कोणीय संवेग संरक्षित रहता है।
- परिणामी बल आघूर्ण शून्य होने पर पिंड घूर्णी साम्यावस्था में होता है।
- शुद्ध लोटनिक गति के लिए **$v = R\omega$** होता है।

अध्याय सारांश

इस अध्याय में कणों के निकाय तथा दृढ़ पिंडों की घूर्णी गति का अध्ययन किया गया है। इसमें द्रव्यमान केंद्र, रैखिक संवेग, बल आघूर्ण, कोणीय संवेग, जड़त्व आघूर्ण, जड़त्व त्रिज्या, घूर्णी साम्यावस्था तथा लोटनिक गति जैसी महत्वपूर्ण अवधारणाएँ शामिल हैं। रैखिक संवेग और कोणीय संवेग के संरक्षण के सिद्धांत कणों तथा घूर्णन करते पिंडों की गति को समझने में महत्वपूर्ण भूमिका निभाते हैं।