

अनुक्रम एवं श्रेणी (Sequences and Series)

परिचय

अनुक्रम (Sequence) संख्याओं का एक निश्चित क्रम में व्यवस्थित समूह होता है, जबकि **श्रेणी (Series)** अनुक्रम के पदों का योग होती है। अनुक्रम एवं श्रेणी का उपयोग गणित, भौतिकी, इंजीनियरिंग, वित्त, कंप्यूटर विज्ञान तथा दैनिक जीवन की अनेक समस्याओं में किया जाता है।

अनुक्रम

अनुक्रम क्या है?

अनुक्रम संख्याओं की एक क्रमबद्ध व्यवस्था है, जिसमें प्रत्येक संख्या को **पद (Term)** कहा जाता है।

उदाहरण:

- 2, 4, 6, 8, ...
- 1, 3, 9, 27, ...

अनुक्रम के पदों को सामान्यतः $a_1, a_2, a_3, \dots, a_n$ द्वारा दर्शाया जाता है।

श्रेणी

श्रेणी क्या है?

श्रेणी किसी अनुक्रम के सभी पदों के योग को कहते हैं।

उदाहरण:

- $2 + 4 + 6 + 8 + \dots$
- $1 + 3 + 9 + 27 + \dots$

प्रथम n पदों के योग को S_n द्वारा दर्शाया जाता है।

समांतर श्रेणी (Arithmetic Progression - AP)

परिभाषा

समांतर श्रेणी (AP) वह अनुक्रम है जिसमें प्रत्येक दो क्रमागत पदों का अंतर समान होता है।

इस स्थिर अंतर को **सार्व अंतर (Common Difference - d)** कहते हैं।

सामान्य रूप:

$a, a + d, a + 2d, a + 3d, \dots$

AP का nवाँ पद

सूत्र

समांतर श्रेणी का **nवाँ पद** होता है—

$$a_n = a + (n - 1)d$$

जहाँ—

- **a** = प्रथम पद
- **d** = सार्व अंतर
- **n** = पदों की संख्या

AP के प्रथम n पदों का योग

सूत्र

समांतर श्रेणी के प्रथम **n** पदों का योग—

$$S_n = n/2 [2a + (n - 1)d]$$

या

$$S_n = n/2 (a + l)$$

जहाँ **l** अंतिम पद है ।

गुणोत्तर श्रेणी (Geometric Progression - GP)

परिभाषा

गुणोत्तर श्रेणी (GP) वह अनुक्रम है जिसमें प्रत्येक पद पिछले पद को एक निश्चित संख्या से गुणा करके प्राप्त किया जाता है ।

इस निश्चित संख्या को **सार्व अनुपात (Common Ratio - r)** कहते हैं ।

सामान्य रूप:

$$a, ar, ar^2, ar^3, \dots$$

GP का n वाँ पद

सूत्र

गुणोत्तर श्रेणी का n वाँ पद है—

$$a_n = ar^{n-1}$$

जहाँ—

- a = प्रथम पद
 - r = सार्व अनुपात
-

GP के प्रथम n पदों का योग

सूत्र

यदि $r \neq 1$, तो—

$$S_n = a(r^n - 1)/(r - 1)$$

या

$$S_n = a(1 - r^n)/(1 - r)$$

अनंत गुणोत्तर श्रेणी

अनंत तक का योग

यदि $|r| < 1$, तो अनंत GP का योग—

$$S_\infty = a/(1 - r)$$

यह सूत्र केवल तब मान्य होता है जब $|r| < 1$ हो।

अनुक्रम एवं श्रेणी के अनुप्रयोग

महत्त्व

अनुक्रम एवं श्रेणी का उपयोग—

- गणित
- बैंकिंग एवं वित्त
- इंजीनियरिंग

- भौतिकी
- कंप्यूटर विज्ञान
- जनसंख्या वृद्धि
- चक्रवृद्धि ब्याज

में किया जाता है।

मुख्य बिंदु

- अनुक्रम संख्याओं की क्रमबद्ध सूची है।
 - श्रेणी अनुक्रम के पदों का योग है।
 - AP में सार्व अंतर स्थिर होता है।
 - GP में सार्व अनुपात स्थिर होता है।
 - AP का n वाँ पद: $a + (n - 1)d$ ।
 - GP का n वाँ पद: ar^{n-1} ।
 - अनंत GP का योग तभी संभव है जब $|r| < 1$ ।
 - अनुक्रम एवं श्रेणी का उपयोग अनेक व्यावहारिक समस्याओं में किया जाता है।
-

अध्याय सारांश

इस अध्याय में अनुक्रम, श्रेणी, समांतर श्रेणी (AP) तथा गुणोत्तर श्रेणी (GP) का अध्ययन किया गया। इसमें AP एवं GP के n वें पद तथा प्रथम n पदों के योग के सूत्रों को समझाया गया है। साथ ही अनंत गुणोत्तर श्रेणी की अवधारणा और उसके उपयोगों का भी वर्णन किया गया है। यह अध्याय गणित, वित्त, विज्ञान तथा इंजीनियरिंग के लिए अत्यंत महत्वपूर्ण है।