प्रायिकता (Probability)

परिचय

प्रायिकता गणित की वह शाखा है जो किसी घटना के घटित होने की **संभावना (Chance)** को मापती है। इसका उपयोग विभिन्न घटनाओं की संभावना का अनुमान लगाने तथा निर्णय लेने में किया जाता है। प्रायिकता का उपयोग सांख्यिकी, विज्ञान, अर्थशास्त्र, चिकित्सा, मौसम पूर्वानुमान, खेल तथा दैनिक जीवन में व्यापक रूप से होता है।

यादृच्छिक प्रयोग (Random Experiment)

अर्थ

यादृच्छिक प्रयोग वह प्रयोग है जिसका परिणाम पहले से निश्चित नहीं होता, लेकिन उसके सभी संभावित परिणाम ज्ञात होते हैं।

उदाहरण—

- सिक्का उछालना
- पासा फेंकना
- ताश के पत्तों में से एक पत्ता निकालना

प्रतिदर्श समुच्चय (Sample Space)

परिभाषा

प्रतिदर्श समुच्चय (S) किसी यादृच्छिक प्रयोग के सभी संभावित परिणामों का समुच्चय होता है।

उदाहरण—

- सिक्का उछालना: **S = {चित, पट}**
- पासा फेंकना: **S = {1, 2, 3, 4, 5, 6}**

घटना (Event)

घटना क्या है?

घटना प्रतिदर्श समुच्चय के एक या अधिक परिणामों का समूह होती है।

घटनाओं के प्रकार—

- सरल घटना
- संयुक्त घटना
- निश्चित घटना
- असंभव घटना

घटना की प्रायिकता

मूल सूत्र

किसी घटना **E** की प्रायिकता का सूत्र है—

P(E) = अनुकूल परिणामों की संख्या / कुल संभावित परिणामों की संख्या

प्रायिकता का मान सदैव **0 से 1** के बीच होता है।

- **P(E) = 0** → असंभव घटना
- **P(E) = 1** → निश्चित घटना

प्रायिकता के गुण

महत्वपूर्ण गुण

- **$0 \leq P(E) \leq 1$**
- **P(S) = 1**
- **$P(\varnothing) = 0$**
- **P(E') = 1 − P(E)**, जहाँ **E'** घटना **E** का पूरक है।

ये गुण प्रायिकता संबंधी प्रश्नों को हल करने में सहायक हैं।

घटनाओं के प्रकार

वर्गीकरण

प्रमुख प्रकार—

- समान संभावित घटनाएँ
- परस्पर अपवर्ती घटनाएँ
- स्वतंत्र घटनाएँ
- आश्रित घटनाएँ
- पूरक घटनाएँ

इनका अध्ययन प्रायिकता की गणना को सरल बनाता है।

योग एवं गुणन नियम

Probability Rules

दो घटनाओं **A** तथा **B** के लिए—

- **योग नियम (Addition Rule):** किसी एक घटना के घटित होने की प्रायिकता ज्ञात करने के लिए।
- **गुणन नियम (Multiplication Rule):** दोनों घटनाओं के एक साथ घटित होने की प्रायिकता ज्ञात करने के लिए।

प्रायिकता के अनुप्रयोग

महत्व

प्रायिकता का उपयोग—

- सांख्यिकी
- मौसम पूर्वानुमान
- बीमा
- चिकित्सा अनुसंधान
- वित्त
- कृत्रिम बुद्धिमत्ता (AI)
- खेल
- जोखिम विश्लेषण

में किया जाता है।

मुख्य बिंदु

- प्रायिकता किसी घटना के घटित होने की संभावना को मापती है।
- यादृच्छिक प्रयोग का परिणाम निश्चित नहीं होता।
- प्रतिदर्श समुच्चय में सभी संभावित परिणाम होते हैं।
- प्रायिकता का मान **0 से 1** के बीच होता है।
- **P(S) = 1** तथा **P(∅) = 0**।
- पूरक घटना की प्रायिकता **1 − P(E)** होती है।
- प्रायिकता का उपयोग विज्ञान, व्यापार तथा दैनिक जीवन में व्यापक रूप से किया जाता है।

अध्याय सारांश

इस अध्याय में प्रायिकता की मूल अवधारणा, यादृच्छिक प्रयोग, प्रतिदर्श समुच्चय, घटनाएँ तथा घटना की प्रायिकता का अध्ययन किया गया। साथ ही प्रायिकता के गुण, विभिन्न प्रकार की घटनाएँ तथा योग एवं गुणन नियमों का परिचय दिया गया है। प्रायिकता अनिश्चित परिस्थितियों का विश्लेषण करने तथा उचित निर्णय लेने का एक महत्वपूर्ण गणितीय उपकरण है।