रैखिक असमिकाएँ (Linear Inequalities)

परिचय

रैखिक असमिका वह बीजीय असमिका है जिसमें चर (Variable) की उच्चतम घात **1** होती है। रैखिक समीकरणों की तरह इसमें समानता (=) के स्थान पर **असमिका चिह्न** का प्रयोग किया जाता है। रैखिक असमिकाओं का उपयोग गणित, अर्थशास्त्र, इंजीनियरिंग, व्यापार तथा अनुकूलन (Optimization) में किया जाता है।

रैखिक असमिका

रैखिक असमिका क्या है?

रैखिक असमिका का सामान्य रूप है—

- $ax + b > 0$
- $ax + b < 0$
- $ax + b \geq 0$
- $ax + b \leq 0$

जहाँ—

- $a \neq 0$
- **a** तथा **b** वास्तविक संख्याएँ हैं।

रैखिक असमिका का हल उन सभी मानों का समूह होता है जो असमिका को संतुष्ट करते हैं।

असमिका के चिह्न

मुख्य प्रतीक

रैखिक असमिकाओं में निम्नलिखित चिह्नों का प्रयोग किया जाता है—

- $>$: से बड़ा
- $<$: से छोटा
- $\geq$: से बड़ा या बराबर
- $\leq$: से छोटा या बराबर

इनका उपयोग दो राशियों की तुलना करने के लिए किया जाता है।

रैखिक असमिकाओं के गुण

Basic Rules

असमिकाएँ हल करते समय निम्न नियमों का पालन किया जाता है—

- दोनों पक्षों में समान संख्या जोड़ने या घटाने से असमिका नहीं बदलती।
- दोनों पक्षों को किसी **धनात्मक संख्या** से गुणा या भाग देने पर असमिका का चिह्न नहीं बदलता।
- दोनों पक्षों को किसी **ऋणात्मक संख्या** से गुणा या भाग देने पर असमिका का चिह्न **उलट जाता है**।

रैखिक असमिका का हल

हल करने की विधि

रैखिक असमिका को हल करने के लिए—

- दोनों पक्षों को सरल करें।
- चर वाले पदों को एक ओर लाएँ।
- नियत पदों को दूसरी ओर लाएँ।
- चर के गुणांक से भाग दें।
- यदि ऋणात्मक संख्या से भाग दें, तो असमिका का चिह्न बदल दें।

अंतिम प्राप्त मान असमिका का हल होता है।

चित्रात्मक निरूपण

संख्या रेखा पर हल

रैखिक असमिका के हल को **संख्या रेखा (Number Line)** पर दर्शाया जाता है।

- **खुला वृत्त (○):** अंतिम बिंदु शामिल नहीं होता। (> या <)
- **भरा हुआ वृत्त (●):** अंतिम बिंदु शामिल होता है। (≥ या ≤)
- तीर (Arrow) उन सभी मानों को दर्शाता है जो हल का भाग हैं।

दो चरों वाली रैखिक असमिकाएँ

Graphical Representation

दो चरों वाली रैखिक असमिका का सामान्य रूप है—

- **ax + by > c**
- **ax + by < c**
- **ax + by ≥ c**
- **ax + by ≤ c**

इनका हल **कार्तीय तल (Cartesian Plane)** पर एक **क्षेत्र (Region)** के रूप में प्राप्त होता है।

सीमा रेखा (Boundary Line) तल को दो भागों में विभाजित करती है, जिनमें से एक भाग असमिका का हल होता है।

रैखिक असमिकाओं के अनुप्रयोग

महत्व

रैखिक असमिकाओं का उपयोग—

- व्यापार एवं अर्थशास्त्र
- संसाधनों के वितरण
- इंजीनियरिंग
- उत्पादन योजना
- अनुकूलन (Optimization)
- निर्णय लेने

में किया जाता है।

मुख्य बिंदु

- रैखिक असमिका में चर की उच्चतम घात **1** होती है।
- मुख्य असमिका चिह्न हैं— **>, <, ≥, ≤**।
- ऋणात्मक संख्या से गुणा या भाग करने पर असमिका का चिह्न बदल जाता है।
- एक चर वाली असमिकाओं के हल संख्या रेखा पर दर्शाए जाते हैं।
- दो चरों वाली असमिकाओं का हल कार्तीय तल पर एक क्षेत्र होता है।
- रैखिक असमिकाओं का उपयोग अनेक व्यावहारिक समस्याओं में किया जाता है।

अध्याय सारांश

इस अध्याय में रैखिक असमिकाओं की अवधारणा, उनके प्रकार, गुण तथा हल करने की विधि का अध्ययन किया गया। एक चर वाली असमिकाओं को संख्या रेखा पर तथा दो चरों वाली असमिकाओं को कार्तीय तल पर प्रदर्शित किया जाता है। रैखिक असमिकाएँ गणित के साथ-साथ व्यापार, अर्थशास्त्र, इंजीनियरिंग और अनुकूलन से संबंधित समस्याओं को हल करने में अत्यंत उपयोगी हैं।