शंकु परिच्छेद (Conic Sections)

परिचय

शंकु परिच्छेद (Conic Sections) वे वक्र (Curves) हैं जो **समकोण वृत्तीय शंकु (Right Circular Cone)** को किसी समतल (Plane) से काटने पर प्राप्त होते हैं। समतल के झुकाव के अनुसार **वृत्त, परवलय, दीर्घवृत्त तथा अतिपरवलय** बनते हैं। इनका उपयोग खगोल विज्ञान, इंजीनियरिंग, वास्तुकला, प्रकाशिकी तथा उपग्रह संचार में किया जाता है।

शंकु परिच्छेद

शंकु परिच्छेद क्या है?

जब किसी **द्वि-शंकु (Double Right Circular Cone)** को एक समतल काटता है, तो जो वक्र प्राप्त होता है उसे **शंकु परिच्छेद** कहते हैं।

मुख्य चार प्रकार हैं—

- **वृत्त (Circle)**
- **परवलय (Parabola)**
- **दीर्घवृत्त (Ellipse)**
- **अतिपरवलय (Hyperbola)**

वृत्त (Circle)

परिभाषा

वृत्त उन सभी बिंदुओं का समुच्चय है जो एक निश्चित बिंदु **(केंद्र)** से समान दूरी पर स्थित होते हैं।

मानक समीकरण—

$$(x - h)^2 + (y - k)^2 = r^2$$

जहाँ—

- **(h, k)** = केंद्र
- **r** = त्रिज्या

परवलय (Parabola)

परिभाषा

परवलय उन सभी बिंदुओं का समुच्चय है जो एक निश्चित बिंदु **(Focus)** तथा एक निश्चित रेखा **(Directrix)** से समान दूरी पर स्थित होते हैं।

मुख्य भाग—

- फोकस
- डायरेक्ट्रिक्स
- शीर्ष (Vertex)
- सममिति अक्ष

मानक समीकरण—

$y^2 = 4ax$

दीर्घवृत्त (Ellipse)

परिभाषा

दीर्घवृत्त उन सभी बिंदुओं का समुच्चय है जिनकी दो निश्चित बिंदुओं **(Foci)** से दूरियों का **योग स्थिर** रहता है।

मुख्य भाग—

- केंद्र
- प्रमुख अक्ष
- लघु अक्ष
- फोकस
- शीर्ष

मानक समीकरण—

$x^2/a^2 + y^2/b^2 = 1$

जहाँ **$a > b$**।

अतिपरवलय (Hyperbola)

परिभाषा

अतिपरवलय उन सभी बिंदुओं का समुच्चय है जिनकी दो निश्चित बिंदुओं **(Foci)** से दूरियों का **अंतर स्थिर** रहता है।

मुख्य भाग—

- केंद्र
- फोकस
- शीर्ष
- आसमटोट (Asymptotes)

मानक समीकरण—

$x^2/a^2 - y^2/b^2 = 1$

विलक्षणता (Eccentricity)

अर्थ

विलक्षणता (e) यह बताती है कि कोई शंकु परिच्छेद वृत्त से कितना भिन्न है।

- **वृत्त:** e = 0
- **दीर्घवृत्त:** 0 < e < 1
- **परवलय:** e = 1
- **अतिपरवलय:** e > 1

अपसारी शंकु परिच्छेद

Degenerate Conics

यदि समतल शंकु के शीर्ष से होकर गुजरता है, तो विशेष प्रकार के शंकु परिच्छेद बनते हैं, जैसे—

- बिंदु
- सीधी रेखा
- प्रतिच्छेदी रेखाओं का युग्म

शंकु परिच्छेद के अनुप्रयोग

महत्व

शंकु परिच्छेद का उपयोग—

- खगोल विज्ञान
- उपग्रह संचार
- वास्तुकला
- इंजीनियरिंग
- भौतिकी
- प्रकाशिकी
- परावर्तक एवं एंटीना निर्माण

में किया जाता है।

मुख्य बिंदु

- शंकु परिच्छेद शंकु को समतल से काटने पर बनते हैं।
- चार मुख्य प्रकार हैं— **वृत्त, परवलय, दीर्घवृत्त और अतिपरवलय।**
- परवलय की परिभाषा **फोकस** एवं **डायरेक्ट्रिक्स** पर आधारित है।
- दीर्घवृत्त में दो फोकस होते हैं तथा दूरियों का योग स्थिर रहता है।
- अतिपरवलय में दूरियों का अंतर स्थिर रहता है।

- विलक्षणता विभिन्न शंकु परिच्छेदों की पहचान कराती है।
- इनका उपयोग विज्ञान एवं इंजीनियरिंग में व्यापक रूप से होता है।

अध्याय सारांश

इस अध्याय में शंकु परिच्छेदों का परिचय, उनके निर्माण की प्रक्रिया, तथा वृत्त, परवलय, दीर्घवृत्त और अतिपरवलय की परिभाषाएँ एवं मानक समीकरणों का अध्ययन किया गया। साथ ही विलक्षणता (Eccentricity), अपसारी शंकु परिच्छेद तथा इनके व्यावहारिक अनुप्रयोगों को भी समझाया गया। यह अध्याय निर्देशांक ज्यामिति और उच्च गणित की महत्वपूर्ण नींव प्रदान करता है।