सरल रेखाएँ (Straight Lines)

परिचय

सरल रेखा दो बिंदुओं के बीच की सबसे छोटी दूरी होती है। यह निर्देशांक ज्यामिति (Coordinate Geometry) का एक महत्वपूर्ण विषय है। सरल रेखाओं का उपयोग बिंदुओं की स्थिति, दिशा तथा उनके आपसी संबंध को समझने में किया जाता है। इनका उपयोग गणित, इंजीनियरिंग, वास्तुकला, भौतिकी तथा कंप्यूटर ग्राफिक्स में व्यापक रूप से होता है।

निर्देशांक तल

कार्तीय निर्देशांक प्रणाली

कार्तीय निर्देशांक प्रणाली (Cartesian Coordinate System) में दो अक्ष होते हैं—

- **X-अक्ष (क्षैतिज अक्ष)**
- **Y-अक्ष (ऊर्ध्वाधर अक्ष)**

दोनों अक्ष **मूल बिंदु (0,0)** पर एक-दूसरे को काटते हैं तथा तल को चार चतुर्थांशों में विभाजित करते हैं।

प्रत्येक बिंदु को **(x, y)** के रूप में दर्शाया जाता है।

सरल रेखा की प्रवणता (Slope)

Slope क्या है*?*

प्रवणता (Slope) किसी रेखा के झुकाव को दर्शाती है।

इसे **m** द्वारा प्रदर्शित किया जाता है।

सूत्र—

$m = (y_2 - y_1) / (x_2 - x_1)$

प्रवणता हो सकती है—

- धनात्मक
- ऋणात्मक
- शून्य (क्षैतिज रेखा)
- अपरिभाषित (ऊर्ध्वाधर रेखा)

झुकाव का कोण

Angle of Inclination

रेखा द्वारा धनात्मक x-अक्ष के साथ बनाया गया कोण **झुकाव का कोण (θ)** कहलाता है।

इसका संबंध प्रवणता से—

$m = \tan\theta$

जहाँ **$0° \leq \theta < 180°$**।

सरल रेखा का समीकरण

सामान्य समीकरण

सरल रेखा का सामान्य समीकरण—

$Ax + By + C = 0$

जहाँ **A**, **B**, तथा **C** नियतांक हैं तथा **A** और **B** दोनों एक साथ शून्य नहीं हो सकते।

सरल रेखा के विभिन्न रूप

Forms of Equation

सरल रेखा के प्रमुख रूप—

- **प्रवणता-अवरोध रूप (Slope-Intercept Form):**
  $y = mx + c$

- **बिंदु-प्रवणता रूप (Point-Slope Form):**
  $y - y_1 = m(x - x_1)$

- **दो-बिंदु रूप (Two-Point Form)**

- **अवरोध रूप (Intercept Form):**
  $x/a + y/b = 1$

- **सामान्य (Normal) रूप:**
  $x\cos\alpha + y\sin\alpha = p$

समानांतर एवं लम्बवत रेखाएँ

Conditions

- **समानांतर रेखाएँ:** दोनों की प्रवणता समान होती है।
  $m_1 = m_2$

- **लम्बवत रेखाएँ:** दोनों की प्रवणताओं का गुणनफल -1 होता है।
  $m_1 \times m_2 = -1$

बिंदु से रेखा की दूरी

सूत्र

यदि बिंदु (x_1, y_1) तथा रेखा $Ax + By + C = 0$ हो, तो दूरी—

$$\text{Distance} = |Ax_1 + By_1 + C| \,/\, \sqrt{(A^2 + B^2)}$$

सरल रेखाओं के अनुप्रयोग

महत्व

सरल रेखाओं का उपयोग—

- निर्देशांक ज्यामिति
- इंजीनियरिंग
- वास्तुकला
- भौतिकी
- कंप्यूटर ग्राफिक्स
- नेविगेशन
- सर्वेक्षण

में किया जाता है।

मुख्य बिंदु

- सरल रेखा दो बिंदुओं के बीच की सबसे छोटी दूरी है।
- प्रवणता रेखा के झुकाव को दर्शाती है।
- $m = \tan\theta$।
- सामान्य समीकरण $Ax + By + C = 0$ है।
- प्रमुख रूप—प्रवणता-अवरोध, बिंदु-प्रवणता, दो-बिंदु, अवरोध तथा सामान्य रूप।
- समानांतर रेखाओं की प्रवणता समान होती है।
- लम्बवत रेखाओं की प्रवणताओं का गुणनफल -1 होता है।
- सरल रेखाओं का उपयोग अनेक वैज्ञानिक एवं व्यावहारिक क्षेत्रों में किया जाता है।

अध्याय सारांश

इस अध्याय में निर्देशांक तल, सरल रेखा की प्रवणता, झुकाव का कोण तथा सरल रेखा के विभिन्न समीकरणों का अध्ययन किया गया। साथ ही समानांतर एवं लम्बवत रेखाओं की शर्तें, बिंदु से रेखा की दूरी तथा इनके व्यावहारिक अनुप्रयोगों को भी समझाया गया। यह अध्याय निर्देशांक ज्यामिति के आगे के अध्ययन की मजबूत नींव प्रदान करता है।